

2022（令和4）年度 福岡女子大学 一般選抜個別学力検査

〔 前期日程試験問題 〕

【環境科学科】

数 学

【 90 分 】

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は5ページから13ページにあります。問題は全部で**5題**です。
- 3 解答用紙には裏にも解答欄があります。
- 4 問題の小問がある場合は、(1), (2), (3), …のように小問番号を各自で解答用紙に明記してください。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 試験開始と同時に解答用紙の**受験番号欄**に**受験番号**を記入してください。
- 7 試験終了後、**問題冊子は持ち帰ってください**。

1 定数 a, b に対し, 3 つの 2 次方程式

$$x^2 - (a + 2)x + 2a = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + (4 - b)x - 4b = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

$$x^2 + (6b - 3a)x - 18ab = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

の解の集合をそれぞれ A, B, C とする. 集合 A, B, C の共通部分 $A \cap B \cap C$ の要素が正の整数 m 1 つのみで $A \cap B \cap C = \{m\}$ と表されるとき, 以下の問に答えなさい.

(1) 定数 a, b の値を求めなさい. また, 集合 A, B, C をそれぞれ要素を書き並べて表しなさい.

(2) $m^a < \left(\frac{3}{2}\right)^n < m^b$ を満たす整数 n をすべて求めなさい. ただし, $\log_2 3 = 1.6$ とする.

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

2 複素数平面上の 3 点 A,B,C を表す複素数をそれぞれ

$$z_1 = 2 + i, z_2 = 1, z_3 = 2i$$

とするとき、以下の間に答えなさい。

(1) $\triangle ABC$ の重心 G を表す複素数 g を求めなさい。

(2) 点 A,B,C をそれぞれ点 G を中心に $\frac{\pi}{4}$ だけ回転した点を表す複素数 w_1, w_2, w_3 を求めなさい。

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

3 一辺の長さが 2 の正三角形 OPQ がある．線分 OP, PQ, QO の中点をそれぞれ A, B, C とする．また，線分 PA, AB, BC を $t : 1 - t$ に内分する点をそれぞれ L, M, N とする．ただし， $0 < t < 1$ とする．

ここで，正三角形 OPQ の点 O, P, Q がすべて重なるように AB, BC, CA を折り曲げ正四面体 OABC を作成する．

以下の問に答えなさい．

(1) 正三角形 OPQ において，ベクトル \overrightarrow{OP} を \vec{p} ，ベクトル \overrightarrow{OQ} を \vec{q} とする．正三角形 OPQ におけるベクトル \overrightarrow{LM} をベクトル \vec{p} , \vec{q} および t で表しなさい．

(2) 正三角形 OPQ において，点 L, M, N が一直線上にあるとき， t の値を求めなさい．

(3) 正四面体 OABC において，ベクトル \overrightarrow{OA} を \vec{a} ，ベクトル \overrightarrow{OB} を \vec{b} ，ベクトル \overrightarrow{OC} を \vec{c} とする．正四面体 OABC におけるベクトル \overrightarrow{LN} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , t で表しなさい．

(4) 正四面体 OABC において， $|\overrightarrow{LN}|$ の最小値とそのときの t の値を求めなさい．

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

4 袋 A には赤玉が 3 個，白玉が 2 個入っている．袋 B には赤玉が 2 個，白玉が 3 個入っている．最初に袋 A から玉を 3 個取り出す．次に，取り出した玉を袋 B に入れてよく混ぜる．この状態での袋 B を改めて袋 B' と呼ぶことにする．そして袋 B' から玉を 3 個取り出す．このとき，以下の問に答えなさい．

- (1) 赤玉が 3 個，白玉が 5 個入っている袋から，玉を 3 個取り出す．取り出した玉のうち，赤玉の数が 2 個となる確率を求めなさい．
- (2) 袋 A から取り出した玉のうち，赤玉の数が 1 個となる確率 p_1 ，2 個となる確率 p_2 ，3 個となる確率 p_3 をそれぞれ求めなさい．
- (3) 袋 B' から取り出した玉のうち，赤玉の数が 2 個となる確率を求めなさい．
- (4) 袋 B' から取り出した玉のうち，赤玉の数が 2 個であったとき，袋 A から取り出した玉のうち，赤玉の数が 2 個であった条件付き確率を求めなさい．

(下書き用紙)

試験問題は次に続く。

5 0以上の整数 n に対して,

$$I_n = \int_1^e \frac{(\log x)^n}{x^2} dx$$

とするとき, 以下の間に答えなさい. ただし, $\log x$ は自然対数である.

(1) I_0 および I_1 の値を求めなさい.

(2) $n \geq 1$ のとき, I_n を n と I_{n-1} を用いて表しなさい.

(3) 0以上の整数 n に対して, I_n は

$$I_n = \left(1 - \frac{1}{e} \sum_{s=0}^n \frac{1}{s!} \right) n!$$

となることを数学的帰納法により示しなさい.

(4) I_4 の値を求めなさい.